

Colloque Franco-Roumain en Théorie des Probabilités

30 Octobre – 1 Novembre 2015, Bucarest, Roumanie

RÉSUMÉS

”SLIDING MODE” COMPORTEMENT POUR ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES STOCHASTIQUES

Viorel Barbu

On étudie l’existence d’une variété invariante du type ”sliding mode” pour des équations différentielles stochastiques avec bruit multiplicatif.

THÉORÈME DE L’ANNEAU UNIQUE ET SPIKED MODELS

Florent Benaych-Georges

Le théorème de l’anneau unique, prouvé en 2012 par Guionnet, Krishnapur et Zeitouni (mais conjecturé depuis longtemps dans des travaux de physiciens), donne, dans la limite des grandes matrices, la relation entre les valeurs singulières et les valeurs propres d’une matrice aléatoire non hermitienne isotrope, c’est à dire invariante, en loi, par les actions du groupe unitaire par multiplication à gauche et à droite. Dans cet exposé, nous partirons de ce résultat et expliquerons ce qu’il en advient lorsque la matrice est perturbée par une matrice de rang faible: à l’ordre macroscopique, le spectre garde le même comportement, mais certaines valeurs propres (appelées outliers) peuvent se détacher du reste du spectre et former des figures géométriques surprenantes dans le plan. Par ailleurs, des corrélations peuvent alors apparaître entre des valeurs propres situés à distance macroscopiques les uns des autres, même dans le cas où la matrice de départ était gaussienne, ce qui ne se produit pas dans des modèles hermitiens.

ASPECTS PROBABILISTES DES ÉQUATIONS DE CROISSANCE-FRAGMENTATION CRITIQUES

Jean Bertoin

Les équations de croissance-fragmentation décrivent l’évolution d’un milieu dans lequel les particules croissent et se divisent au cours du temps et en fonction de leurs tailles. Le cas dit critique, pour lequel croissance et fragmentations se compensent l’une l’autre, a été considéré par Doumic et Escobedo dans le cadre homogène pour lequel les taux de croissance et de

division ne dépendent pas de la taille des particules. Nous étudions ici plus généralement le cadre auto-similaire, en suivant une approche probabiliste reposant sur les processus de Lévy et processus de Markov auto-similaires. Alors que l'existence et l'unicité des solutions est assez aisée à établir dans le cadre homogène, des phénomènes surprenants ont lieu dans le cadre auto-similaire. En particulier, en utilisant le fait que certains processus de Markov auto-similaires peuvent entrer continument en 0 ou en ∞ , nous mettons en évidence un phénomène inattendu de génération spontanée.

RÉCURRENCE IRRÉDUCTIBLE, ERGODICITÉ, ET EXTRÉMALITÉ DES MESURES INVARIANTES POUR RÉSOLVANTES

Iulian Cîmpean

Nous analysons les propriétés de transience, récurrence, et irréductibilité pour les résolvantes de noyaux sous-markoviens et de leurs duales, par rapport à une mesure sous-invariante fixée, et leur équivalent probabiliste. Ensuite nous interprétons les propriétés globales mentionnées en termes de propriétés L^p -Liouville ergodiques, avec des applications aux formes de Dirichlet non-symétriques. Travail en collaboration avec Lucian Beznea et Michael Röckner.

UNE DIFFUSION DANS L'ESPACE DES LACETS

Koléhè Coulibaly Pasquier

Soit M une variété orientable, et un lacet $\gamma : s \in [0, 1] \mapsto M$, nous nous intéressons à l'existence d'une diffusion dans l'espace des lacets, telle que pour tout $s \in [0, 1]$, $t \mapsto \gamma_s(t)$ soit un mouvement brownien. Nous en donnerons quelques propriétés.

Λ -COALESCENTS ET LONGUEUR DE LEURS BRANCHES

Jean-Stéphane Dhersin

Dans la génétique moderne, il est possible de séquencer le génome complet des individus. Pour utiliser au maximum cette information, il est important d'avoir des modèles qui décrivent correctement la généalogie d'un échantillon d'individus. Le modèle standard pour décrire la généalogie d'un échantillon d'une population d'individus est le coalescent de Kingman. Pour de nombreuses population, le coalescent de Kingman décrit correctement la généalogie. Cependant, on peut trouver des exemples où ce n'est pas le cas: les populations où un individu peut avoir un très grand nombre de descendants font apparaître des coalescents plus généraux que le coalescent de Kingman. Ces processus, introduits par Pitman et Sagitov, sont appelés Λ -coalescents.

Nous présentons ces processus, et donnons des résultats sur les longueurs de leurs branches. Le comportement asymptotique de ces longueurs permettent par exemple d'étudier le taux de mutation dans une population.

GRANDES DEVIATIONS POUR LA DENSITÉ D'ÉTAT ATOUR DE LA VALEUR PROPRE MAXIMALE POUR LE MODÈLE GAUSSIEN

Catherine Donati-Martin

Nous établissons un principe de grande déviation pour la mesure spectrale empirique du GUE, vue de la valeur propre maximale. Ce résultat s'étend à d'autres modèles de gaz de Coulomb.

MÉTHODE DE STEIN, ET INÉGALITÉS DE SOBOLEV LOGARITHMIQUES ET TRANSPORT

Michel Ledoux

La méthode de Stein est un outil puissant d'approximation normale, alors que les inégalités de Sobolev logarithmiques fournissent des propriétés précises de concentration par la méthode entropique. L'exposé présentera quelques liens nouveaux entre méthode de Stein et inégalités de Sobolev logarithmiques à travers une nouvelle famille d'inégalités fonctionnelles mettant en jeu entropie, information de Fisher et noyau de Stein. Les nouvelles inégalités renforcent les inégalités de Sobolev logarithmiques et de transport classiques, et fournissent des bornes de convergence entropique et de concentration. L'étude peut-être développée dans le cadre des opérateurs de diffusion markoviens, donnant lieu à un calcul de Malliavin abstrait étendant l'analyse sur les chaos de Wiener. Travail en collaboration avec I. Nourdin et G. Peccati (Luxembourg).

LA TRANSITION DE DOUGLAS-KAZAKOV

Thierry Lévy

En 1993, Douglas et Kazakov ont découvert l'existence d'une transition de phase pour la théorie de Yang-Mills sur la sphère avec groupe de structure $U(N)$ lorsque N tend vers l'infini. La transition est d'ordre 3, et a lieu lorsque l'aire totale de la sphère franchit le seuil critique de π carré. Dans leur étude récente (2014) des mouvements browniens mutuellement évitants sur un cercle, Liechty et Wang ont donné la première démonstration de l'existence de cette transition de phase. Avec Mylène Maïda, nous avons repris l'étude de la même transition d'un autre point de vue, dans l'espace de Fourier. Nous avons donné une autre démonstration de son existence, en étudiant la forme asymptotique du diagramme de Young qui étiquette le terme dominant dans la somme qui définit la fonction de partition du modèle. Nous avons aussi obtenu la première expression complète de l'énergie libre de ce modèle. Techniquement, notre étude nous a conduits à déterminer explicitement la mesure de probabilités sur la droite réelle qui minimise, sous une certaine contrainte, son énergie électrostatique dans un potentiel externe. Dans cet exposé, je décrirai le problème, j'expliquerai la nature de la transition de phase et je présenterai une partie des outils que nous avons utilisés pour l'étudier.

PROCESSUS DE BRANCHEMENT POUR DES NOYAUX DE FRAGMENTATION CONTINUS ET DISCONTINUS; APPLICATION AUX AVALANCHES

Oana Lupaşcu

On présente une approche unitaire pour la construction des processus de branchement en temps continu sur l'espace de toutes les tailles de fragmentation, induits soit par des noyaux de fragmentation continus soit par un noyau discontinu, relié aux avalanches. On donne un modèle stochastique pour la phase de fragmentation d'une avalanche de neige. Il est précisé une propriété fractale et on établit une équation stochastique de fragmentation spécifique. Travail en collaboration avec Lucian Beznea et Madalina Deaconu.

SOUPES DE BOUCLES, CLE ET CHAMP LIBRE GAUSSIEN

Titus Lupu

Les soupes de boucles sont des familles poissonniennes de lacets paramétrés par le temps, associés à un processus de Markov. Nous allons considérer les soupes de boucles du mouvement brownien et de la marche aléatoire simple en dimension deux. Les bords extérieurs des amas formés par les soupes de boucles browniennes sont en loi des Conformal Loop Ensembles (CLE). Nous allons rappeler les relations entre les soupes de boucles, les CLE et le champ libre gaussien dans le cadre continu, brownien. Ensuite dans le cadre discret, sur un réseau, nous allons présenter un isomorphisme entre une soupe de boucles de marche aléatoire et le champ libre gaussien discret. En utilisant cet isomorphisme nous allons montrer que les limites déchelle des bords extérieurs des amas dans des soupes de boucles de marche aléatoire sont des CLE.

INÉGALITÉS TRANSPORT-ENTROPIE EN PROBABILITÉS LIBRES

Mylène Maïda

Le but de cet exposé sera de donner un aperçu des inégalités transport-entropie connues en probabilités libres. On insistera en particulier sur l'analogie libre des inégalités de Talagrand.

EQUATION D'ÉVOLUTION ASSOCIÉE À UN LAPLACIEN EN DIMENSION INFINIE

Habib Ouerdiane

Dans cet exposé, on considère l'équation d'évolution en dimension infinie suivante:

$$\frac{\partial U_t}{\partial t} = (-1)^{p+1} \frac{1}{2} \Delta_G^p U_t + V_t, \quad p \in \mathbb{N},$$

où Δ_G est le Laplacien de Gross and V une fonction potentielle. La condition initiale est une fonctionnelle analytique généralisée.

L'outil principal qu'on utilise ici est la représentation du Laplacien de Gross en tant qu'opérateur de convolution. Cette représentation nous permet d'utiliser les techniques du calcul de convolution sur certaines familles d'espaces de distributions en dimension infinie pour obtenir des solutions explicites de cette équation d'évolution perturbée par le potentiel V . Notre travail généralise un résultat en dimension finie obtenu par K. J. Hochberg, pour l'équation différentielle parabolique suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (-1)^{n+1} \frac{\partial^{2n} u}{\partial x^{2n}}, \quad n \geq 1.$$

Dans le cas particulier où $p = 1$ and $V = 0$, on retrouve les solutions classiques de l'équation de la chaleur associée au Laplacien de Gross.

COUPLAGES DE MOUVEMENTS BROWNIENS À DISTANCE FIXÉE SUR DES VARIÉTÉS À COURBURE CONSTANTE

Mihai N. Pascu

Cet exposé est basé sur des résultats récents obtenus en collaboration avec Ionel Popescu dans [2] et [3].

Cette recherche a été initialement motivée par une modification stochastique du problème de Rado *Lion et Man* (voir [1]), dans lequel un "Brownian Lion" chasse un "Brownian Man" sur la surface de la sphère unité. La question était si on peut construire de couplages browniens tel que la distance entre le "Lion" et le "Man" est fixée, i.e., couplages de mouvements browniens à distance fixée sur $\mathcal{S}^2 \subset \mathbb{R}^3$.

Après la résolution de ce problème avec Ionel, nous avons étudié des problèmes similaires dans le cas des espaces \mathbb{M}_K^n de courbure K constante et de dimension $n \geq 1$ ([2]), puis dans le cas des variétés générales sans frontières ([3]).

Dans cet exposé, nous présentons des résultats obtenus dans [2]. Ces résultats sont les suivants: on peut construire des couplages browniens sur des espaces \mathbb{M}_K^n pour lequel la distance entre les processus est une fonction déterministe $\rho : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ si et seulement si la fonction ρ est continue et satisfait presque partout l'inégalité

$$-(n-1)\sqrt{K} \tan\left(\frac{\sqrt{K}\rho(t)}{2}\right) \leq \rho'(t) \leq -(n-1)\sqrt{K} \tan\left(\frac{\sqrt{K}\rho(t)}{2}\right) + \frac{2(n-1)\sqrt{K}}{\sin(\sqrt{K}\rho(t))}.$$

L'inégalité ci-dessus représente la caractérisation de tous les couplages de mouvements browniens co-adaptés sur l'espace \mathbb{M}_K^n pour la distance entre les processus qui est déterministe. En outre, la construction du couplage est explicite pour chaque choix de ρ qui satisfait les hypothèses ci-dessus.

En fonction du temps, je présenterai également quelques résultats connexes.

Références

- [1] Littlewood, J.E., Littlewood's miscellany, *Cambridge University Press*, Cambridge, Edited and with a foreword by Béla Bollobás (1986).
- [2] Pascu, M.N., Popescu, I., *Couplings of Brownian motions of deterministic distance in model spaces of constant curvature*, (preprint available on Arxiv)
- [3] Pascu, M.N., Popescu, I., *Shy and fixed-distance couplings of Brownian motions on manifolds*, (to appear in SPA, preprint available on Arxiv).

FORMULE DE REPRÉSENTATION PROBABILISTE POUR UNE INÉQUATION VARIATIONNELLE PARABOLIQUE: L'APPROCHE DU PROBLÈME DE LA CONTINUITÉ VIA LA COMPACTITÉ DANS LA S -TOPOLOGIE DE JAKUBOWSKI

Aurel Răşcanu

L'exposé est basé sur l'article: "On the continuity of the probabilistic representation of a semilinear Neumann-Dirichlet problem" par L. Maticiuc & A. Răşcanu, disponible online, septembre, 2015, dans *Stochastic Processes and their Applications*.

En commençant par les articles de Pardoux et Peng (1991, 1992), avec l'avènement des équations différentielles stochastiques rétrogrades, la formule bien connue de Feynman-Kac a été tendue aux équations semilinéaires aux EDP paraboliques ou elliptiques avec différents types de conditions aux bord. Les solutions de viscosité d'un EDP paraboliques avec conditions de Neumann, via une formule de représentation probabiliste, sont l'objet de nombreux articles: Pardoux & S. Zhang (1998), Ren & Xia (2006), Richou (2009), Maticiuc & Răşcanu (2010), Diakhaby & Ouknine (2010), Ran & T. Zhang (2010), Ren & El Otmani (2010), Aman & Mrhardy (2010), etc. Tout d'entre eux ont utilisé la continuité de la formule de représentation de la solution de viscosité. En utilisant des conditions de tendue dans la S -topologie de Jakubowski (1997) sur l'espace des fonctions càdlàg nous prouvons la continuité de la formule de représentation dans le cas des EDPs paraboliques avec de conditions mixtes de Neumann-Dirichlet multivoque dirigée par des opérateurs sous-différentiel.

ASPECTS PROBABILISTES D'UNE ÉQUATION DE TYPE MILIEUX POREUX AVEC COEFFICIENT IRRÉGULIER

Francesco Russo

Cet exposé se base essentiellement sur des travaux en collaboration avec V. Barbu et M. Röckner.

L'objet de cet exposé est une équation de milieux poreux (PME) avec coefficient monotone irrégulier (éventuellement discontinu) et une perturbation stochastique.

- Nous rappellerons quelques résultats récents sur la représentation de (PME) via une diffusion non-linéaire modélisant un comportement microscopique associé.

- Un outil important pour la représentation est un lemme d'unicité pour équations aux dérivées partielles de type Fokker-Planck avec coefficients mesurables.
- La représentation probabiliste peut être utilisée pour produire des simulations de processus permettant d'approcher la solution (PME).
- La discussion sera étendue au cas d'une (PME) perturbée par un bruit blanc multiplicatif (EDP stochastique). Dans ce cas, le modèle microscopique est constitué par une *double* représentation probabiliste. L'outil fondamental est cette fois-ci un théorème d'unicité relatif à une équation de Fokker-Planck à coefficients mesurables.

Références

1. Philippe Blanchard, Michael Röckner and Francesco Russo. *Probabilistic representation for solutions of an irregular porous media type equation*. Annals of Probability, vol. 38, no. 5, pp. 1870-1900,
2. Viorel Barbu, Michael Röckner and Francesco Russo. *Probabilistic representation for solutions of an irregular porous media type equation: the degenerate case*. Probability Theory and Related Fields, vol. 151, 1-2, pp. 1-43.
3. Viorel Barbu, Michael Röckner and Francesco Russo. *The Stochastic Porous Media Equations in \mathbb{R}^d* . Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, vol. 103 (4), pp. 1024-1052, apr, 2015.
4. Viorel Barbu, Michael Röckner and Francesco Russo. A stochastic Fokker-Planck equation and double probabilistic representation for the stochastic porous media type equation. HAL-INRIA 00981113, submitted.
5. Nadia Belaribi, François Cuvelier and Francesco Russo. *A probabilistic algorithm approximating solutions of a singular PDE of porous media type*. Monte Carlo Methods and Applications 17 (2011), p. 317-369.
6. Nadia Belaribi and Francesco Russo. *Uniqueness for Fokker-Planck equation with measurable coefficients and applications to the fast diffusion equation*. vol. 17, no. 84 (2012), pp. 1-28, Electronic Journal in Probability.
7. Nadia Belaribi, François Cuvelier and Francesco Russo. *Probabilistic and deterministic algorithms for space multidimensional irregular porous media equation*. Stochastic Partial Differential Equations: Analysis and Computations: Volume 1, Issue 1 (2013), Page 3-62.
8. Ioana Ciotir and Francesco Russo. *Probabilistic representation for solutions of a porous media type equation with Neumann boundary condition: the case of the half-line*. Differential and Integral Equations. Advances in Differential Equations, vol. 27 1/2, pp. 181-200, 2014.

MOUVEMENT BROWNIEN, MÉTRIQUES MOBILES ET FORMULES D'ENTROPIE

Anton Thalmaier

Nous discutons les notions de géométrie différentielle stochastique dans le cadre de variétés évoluant le long d'un flot géométrique. En particulier, des versions stochastiques de formules d'entropie sont présentées pour les solutions positives de l'équation de la chaleur sous un flot de Ricci "forward/backward". Le cas d'une surface joue un rôle particulier: en effet, le long du flot de Ricci, la courbure scalaire suit l'équation de la chaleur conjuguée. C'est un travail en collaboration avec Hongxin Guo et Robert Philipowski.

DIFFUSIONS SINGULIÈRES: EXISTENCE, PROPRIÉTÉS TRAJECTORIELLES ET QUELQUES APPLICATIONS

Gerald Trutnau

Nous présentons un aperçu de notre travail récent sur des diffusions singulières, c'est-à-dire des diffusions à dérive possiblement non bornée et/ou discontinue et avec des termes supplémentaires possibles de réflexion. Nous discutons l'existence de solutions jusqu'à un temps d'explosion, des propriétés trajectoires, comme la non-explosion, la récurrence et la transience, ainsi que l'unicité de solutions (fortes) et nous considérons quelques applications. (Ceci est du travail avec plusieurs coauteurs).